

Лабораторная работа 3.3

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО КОЛЕБАТЕЛЬНОГО КОНТУРА В УСТАНОВИВШЕМСЯ СИНУСОИДАЛЬНОМ РЕЖИМЕ

Рассмотрим процессы в последовательной RLC-цепи (рис. 3.3.1) при действии на входе синусоидального напряжения $u(t) = U_m \sin \omega t$. Расчет будем вести в комплексной форме.

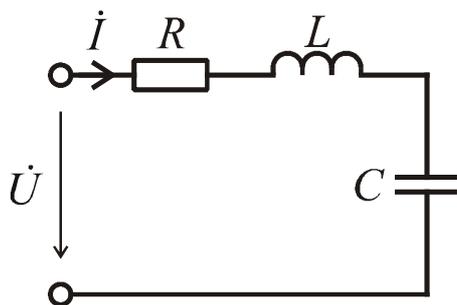


Рис. 3.3.1

Комплексное сопротивление последовательной RLC-цепи

$$\underline{Z} = R + j \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right).$$

Полное сопротивление равно модулю комплексного сопротивления

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2}.$$

Фазовый сдвиг между напряжением и током равен аргументу комплексного сопротивления

$$j = \arctg \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Векторная диаграмма последовательной RLC-цепи. Построение начнем с вектора тока, общего для всех элементов последовательной цепи. Начальную фазу тока примем равной нулю. Отложим в горизонтальном направлении вектор, равный в масштабе действующему значению тока (рис. 3.3.2). Вектор напряжения на резистивном элементе $U_R = RI$ совпадает по направлению с вектором тока. Вектор $U_L = X_L I$, изображающий напряжение на индуктивном элементе, отложим из конца вектора U_R вертикально вверх. Вектор напряжения $U_C = X_C I$ отложим из конца вектора U_L вниз. Таким образом, вследствие того, что напряжения индуктивного и емкостного элементов в последовательной цепи находятся в противофазе, векторы U_L и U_C сдвинуты между собой на 180° .

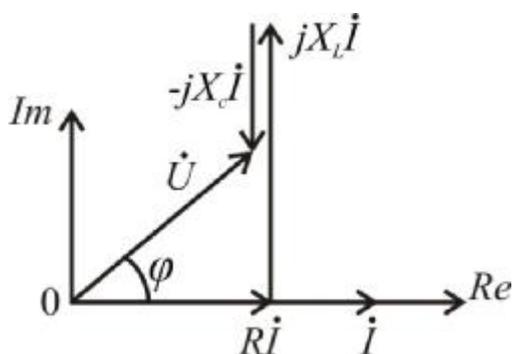


Рис. 3.3.2

На рис. 3.3.2 показана векторная диаграмма для случая, когда $X_L > X_C$. В этом случае входное напряжение опережает ток, а сопротивление колебательного контура имеет индуктивный характер. При $X_L < X_C$ напряжение отстает от тока, и сопротивление контура имеет емкостный характер.

Резонанс напряжений. В цепях с последовательным соединением индуктивных и емкостных элементов может наблюдаться резонанс напряжений. Реактивное сопротивление последовательного колебательного контура

$$X = \omega L - \frac{1}{\omega C}$$

изменяется от $-\infty$ до ∞ при изменении частоты ω от 0 до ∞ . На рис. 3.3.3, а показаны графики зависимости сопротивлений $x_L = \omega L$, $x_C = \frac{1}{\omega C}$ и $X(\omega)$ от частоты.

Каждому значению частоты ω соответствует определенное значение комплексного сопротивления \underline{Z} . На комплексной плоскости его можно изобразить с помощью вектора. При изменении от 0 до ∞ конец вектора \underline{Z} перемещается из точки с координатами $\{R, -\infty\}$ в точку $\{R, \infty\}$. Годограф вектора \underline{Z} показан на рис. 3.3.3, б. Резонанс напряжений наступает, когда реактивное сопротивление обращается в нуль, т. е.

$$X = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = 0.$$

Это происходит при резонансной частоте ω_0 , когда

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}.$$

Отсюда следует, что резонансная частота последовательного колебательного контура $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$.

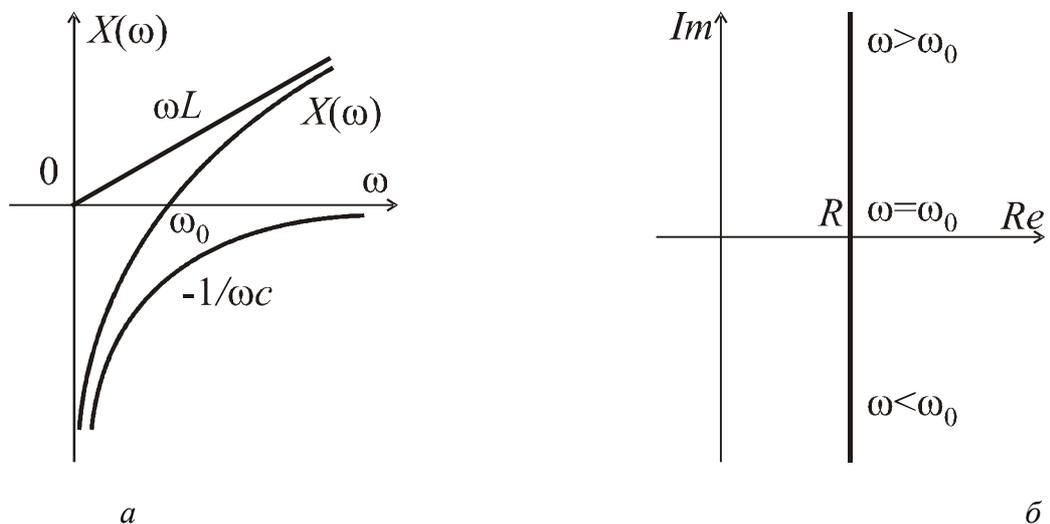


Рис. 3.3.3

Резонанс напряжений характеризуется следующими факторами. Поскольку при резонансе напряжений реактивное сопротивление $X = 0$, полное сопротивление цепи принимает минимальное значение

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} = \min.$$

Вследствие этого ток в цепи достигает максимального значения. При резонансе ток и напряжение совпадают по фазе, поэтому коэффициент мощности $\cos\varphi=1$.

Сопротивления индуктивного и емкостного элементов в схеме на рис. 3.3.4 при резонансе равны:

$$x_L = x_C = \omega_0 L = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Эту величину называют *характеристическим сопротивлением* контура и обозначают ρ :

$$\rho = \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

Напряжение индуктивного элемента при резонансе

$$U_L = j\omega_0 LI.$$

Учитывая, что при резонансе входное напряжение равно напряжению резистивного элемента, получим

$$U_L = \frac{\rho}{R} U_{\text{вх}} = QU_{\text{вх}}.$$

Величину $Q = \frac{\rho}{R}$ называют *добротностью* колебательного контура. Она характеризует резонансные свойства контура. Добротность равна отношению напряжения на индуктивном и, следовательно, на емкостном элементах в режиме резонанса к напряжению, приложенному к контуру. Действительно, при резонансе $U_L = U_C = \rho I$, а входное напряжение $U_{\text{вх}} = RI$. Следовательно,

$$Q = \frac{\rho I}{RI} = \frac{U_L}{U_{\text{вх}}} = \frac{U_C}{U_{\text{вх}}}.$$

Добротность последовательного колебательного контура тем выше, чем меньше активное сопротивление R . В радиотехнике используют колебательные контуры, добротность которых превышает 100. Если такой колебательный контур настроен в резонанс, напряжение индуктивного и емкостного элементов во много раз превышает входное. Это свойство колебательных контуров широко используется в радиоэлектронике для выделения (селекции) сигналов определенной частоты.

Будем считать, что амплитуда питающего напряжения неизменна, а угловая частота ω изменяется от 0 до ∞ . Рассмотрим, как изменяются при этом ток и напряжения элементов последовательного контура. На постоянном токе, при $\omega = 0$, емкостное сопротивление бесконечно велико. Ток и напряжение индуктивного элемента равны нулю, а напряжение емкостного элемента равно входному. При бесконечно большой частоте индуктивный элемент представляет разрыв, поэтому ток также равен нулю. Напряжение индуктивного элемента равно входному, а емкостный элемент эквивалентен короткому замыканию. Максимального значения ток достигает на резонансной частоте, когда сопротивление последовательного контура минимально.

Зависимости U_L, U_C, I от частоты ω для случая, когда добротность последовательного колебательного контура $Q = 2$, показаны на рис. 3.3.4, а. Такие зависимости называют частотными или резонансными характеристиками.

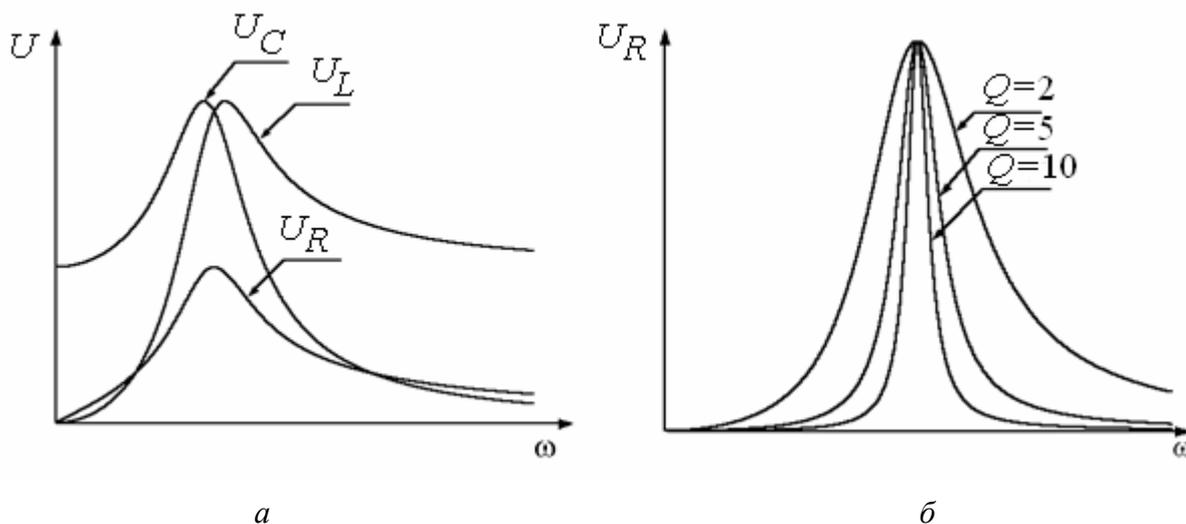


Рис. 3.3.4

На рис. 3.3.4, б построены частотные характеристики напряжения $U_R(\omega)$ в последовательном колебательном контуре для различных значений добротности. Они показывают, что резонансные явления в контуре проявляются тем сильнее, чем выше его добротность.

Рекомендуемая литература

1. Новожилов, О. П. Электротехника и электроника: учебник / О. П. Новожилов. – М.: Гардарики, 2008. – 653 с.
2. Бакалов, В. П. Основы теории цепей: учебник для вузов / В. П. Бакалов, В. Ф. Дмитриков, Б. И. Крук. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 2000. – 592 с.
3. Атабеков Г. И. Основы теории цепей: Учебник. 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство «Лань», 2006. – 432 с.
4. Довгун, В. П. Электротехника и электроника: учеб. пособие: в 2-х ч. Ч. 1 / В. П. Довгун. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2006. – 270 с.
5. Матханов, П. Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи / П. Н. Матханов. – М.: Высш. шк., 1990. – 400 с.
6. Белецкий, А. Ф. Теория линейных электрических цепей / А. Ф. Белецкий. – СПб.: Издательство «Лань», 2008. – 544 с.