

## Лабораторная работа 3.1

### ИССЛЕДОВАНИЕ RC – ЦЕПИ В УСТАНОВИВШЕМСЯ СИНУСОИДАЛЬНОМ РЕЖИМЕ

Рассмотрим процессы в последовательной RC-цепи (рис. 3.1.1) при действии на входе синусоидального напряжения  $u(t) = U_m \sin \omega t$ . Расчет будем вести в комплексной форме для действующих значений напряжений и токов, без составления уравнений для мгновенных значений.

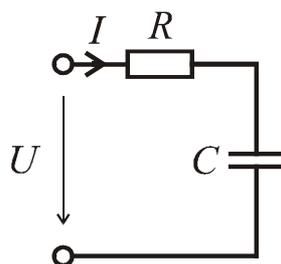


Рис. 3.1.1

Комплексное сопротивление последовательной RC-цепи

$$\underline{Z}_{RC} = R - j \frac{1}{\omega C}.$$

Полное сопротивление

$$Z_{RC} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}$$

определяет соотношение между амплитудами напряжения и тока цепи, а аргумент  $\underline{Z}_{RC}$

$$j = \arctg(-1/\omega CR) = -\arctg(1/\omega CR)$$

- фазовый сдвиг между ними.

В показательной форме записи комплексное сопротивление RC-цепи

$$\underline{Z}_{RC} = \sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}} e^{-j \arctg(1/\omega CR)} = Z_{RC} e^{ij}.$$

Примем, что начальная фаза входного напряжения  $y_U = 0$ . Комплекс входного напряжения  $\underline{U} = U e^{jy_U} = U$ . В соответствии с законом Ома комплекс тока в цепи

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{Z_{RC}} = \frac{U}{Z_{RC}} e^{-j\varphi}.$$

Отсюда действующее значение и начальная фаза тока

$$I = \frac{U}{Z_{RC}} = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{\omega^2 C^2}}}, \quad y_I = y_U - \varphi = -\varphi = \arctg(1/\omega CR).$$

Мгновенное значение тока

$$i(t) = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \varphi).$$

Поскольку комплексное сопротивление цепи имеет емкостный характер, ток опережает приложенное напряжение. Емкостное сопротивление  $X_C = 1/\omega C$  зависит от частоты, поэтому амплитуда тока и его начальная фаза также являются функциями частоты  $\omega$ .

*Векторная диаграмма RC-цепи.* При последовательном соединении ток в элементах одинаков, поэтому построение начнем с вектора токов, общего для всех элементов цепи. Начальную фазу тока удобно принять равной нулю. При этом начальные фазы напряжений будут определяться их фазовым сдвигом относительно тока.

Отложим из начала координат вектор, равный в масштабе действующему значению тока. Поскольку начальную фазу тока мы приняли равной нулю, вектор тока откладываем в направлении горизонтальной оси. Вектор  $\underline{U}_R = R \underline{I}$ , изображающий напряжение на резисторе, совпадает по направлению с вектором тока.

При построении векторных диаграмм отсчет углов в положительном направлении осуществляется против движения часовой стрелки. Поэтому вектор  $\underline{U}_C = -jX_C \underline{I}$ , изображающий напряжение на емкостном элементе, направлен вниз. Отложим вектор  $\underline{U}_C$  из конца вектора  $\underline{U}_R$  (рис. 3.1.2). Полученную векторную диаграмму напряжений называют *топографической*. В топографической диаграмме расположение векторов напряжений на элементах соответствует их расположению в схеме. При этом каждая точка топографической диаграммы изображает комплексное напряжение узла схемы относительно базисного узла.

Прямоугольный треугольник с катетами  $U_R$  и  $U_C$  называют *треугольником напряжений*. Гипотенузой треугольника напряжений

является вектор напряжения на входе цепи. Из топографической диаграммы на рис. 1.2.2 следует, что входное напряжение

$$U = \sqrt{U_R^2 + U_C^2}.$$

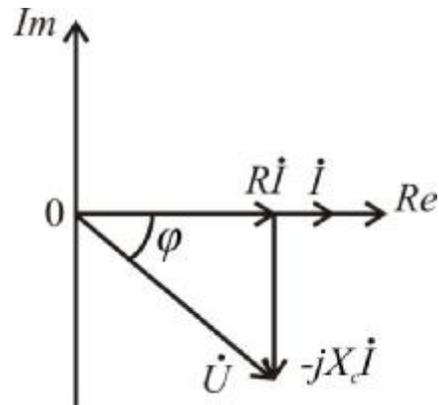


Рис. 3.1.2

Разделив стороны треугольника напряжений на ток, получим треугольник сопротивлений последовательной RC-цепи (рис. 3.1.3). Катетами являются сопротивления  $R$  и  $X_c$ , а гипотенузой – полное сопротивление  $Z$ .

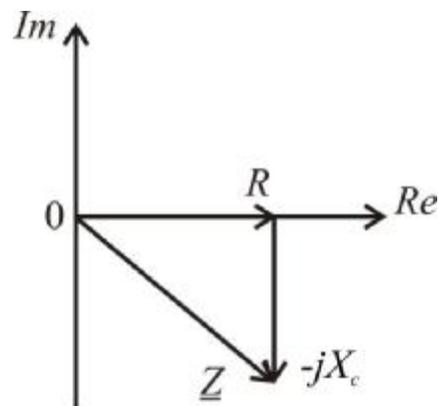


Рис. 3.1.3

Из треугольника сопротивлений нетрудно получить соотношение, позволяющее определить угол сдвига фаз между входным напряжением и током RC-цепи:

$$\cos j = \frac{R}{Z}.$$

Из этого соотношения следует, что фазовый сдвиг между напряжением и током зависит от соотношения между активным и реактивным

сопротивлениями RC-цепи. При изменении частоты входного напряжения емкостное сопротивление  $X_c = 1/\omega C$  также изменяется, а вместе с ним изменится и угол  $j$ .

*Мощности RC-цепи.* Активная мощность

$$P = UI \cos j = RI^2.$$

Реактивная мощность

$$Q = -UI \sin j = -X_c I^2.$$

Поскольку цепь имеет емкостный характер,  $j < 0$ , и реактивная мощность отрицательна.

Полная мощность

$$S = UI = ZI^2 = \sqrt{P^2 + Q^2}.$$

*Частотные характеристики RC-цепи.* Комплексная передаточная функция последовательной RC-цепи (рис. 3.1.4) имеет вид

$$H(j\omega) = \frac{U_2}{U_1} = \frac{1}{j\omega CR + 1}.$$

Амплитудно-частотная характеристика определяется выражением

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(\omega CR)^2 + 1}}.$$

Фазочастотная характеристика

$$j(\omega) = \arg H(j\omega) = -\arctg \omega CR.$$

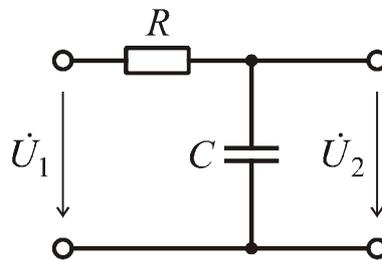


Рис. 3.1.4

Графики АЧХ и ФЧХ анализируемой цепи показаны на рис. 3.1.5, а, б.

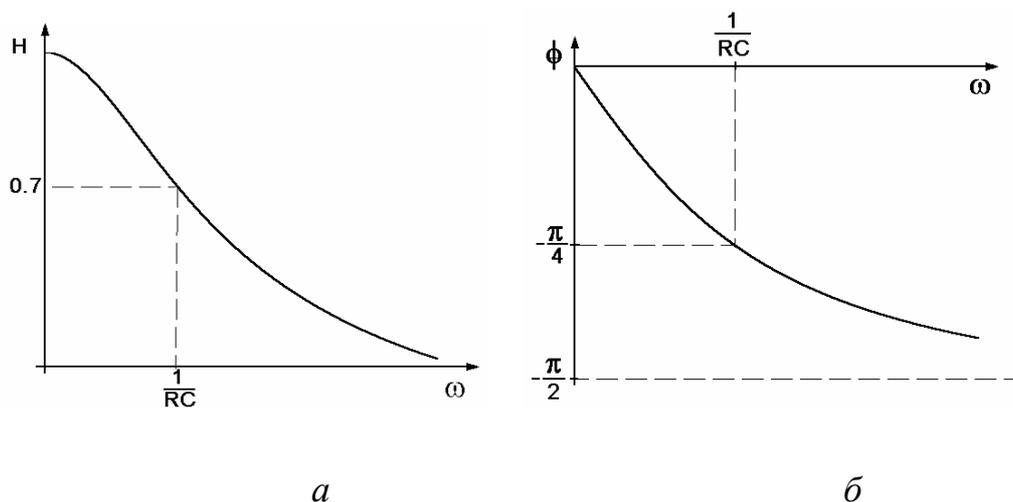


Рис. 3.1.5

Амплитудно-частотная характеристика монотонно убывает с ростом частоты и стремится к нулю при  $\omega \rightarrow \infty$ . Фазочастотная характеристика также монотонно убывает, изменяясь от 0 при  $\omega = 0$  до  $-\frac{\pi}{2}$  при  $\omega \rightarrow \infty$ .

### Рекомендуемая литература

1. Новожилов, О. П. Электротехника и электроника: учебник / О. П. Новожилов. – М.: Гардарики, 2008. – 653 с.
2. Бакалов, В. П. Основы теории цепей: учебник для вузов / В. П. Бакалов, В. Ф. Дмитриков, Б. И. Крук. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Радио и связь, 2000. – 592 с.
3. Атабеков Г. И. Основы теории цепей: Учебник. 2-е изд., испр. – СПб.: Издательство «Лань», 2006. – 432 с.
4. Довгун, В. П. Электротехника и электроника: учеб. пособие: в 2-х ч. Ч. 1 / В. П. Довгун. – Красноярск: ИПЦ КГТУ, 2006. – 270 с.
5. Матханов, П. Н. Основы анализа электрических цепей. Линейные цепи / П. Н. Матханов. – М.: Высш. шк., 1990. – 400 с.
6. Белецкий, А. Ф. Теория линейных электрических цепей / А. Ф. Белецкий. – СПб.: Издательство «Лань», 2008. – 544 с.