

Лекция 11. ИНДУКТИВНО СВЯЗАННЫЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ ЦЕПИ

План

1. Индуктивные связи в электрических цепях.
2. Уравнения и схема замещения трансформатора.
3. Заключение.

1. Индуктивные связи в электрических цепях

В электротехнике и электронике широко используются устройства, которые содержат индуктивные катушки, связанные общими магнитными потоками. Примером такого устройства является трансформатор, который служит для преобразования уровней переменных напряжений и токов и для согласования сопротивлений отдельных участков цепи.

Рассмотрим цепь, состоящую из двух индуктивных катушек, намотанных на общий сердечник (рис. 11.1).

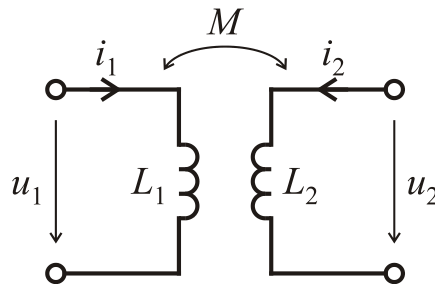


Рис. 11.1

Каждая из катушек пронизывается двумя магнитными потоками: потоком самоиндукции, вызванным собственным током, и потоком взаимной индукции, вызванным током другой катушки.

В соответствии с принципом наложения потокосцепление первой катушки

$$\Psi_1 = \Psi_{11} \pm \Psi_{12} = L_1 i_1 \pm M i_2. \quad (11.1)$$

Потокосцепление второй катушки

$$\Psi_2 = \pm \Psi_{21} + \Psi_{22} = \pm M i_1 + L_2 i_2. \quad (11.2)$$

Значения взаимной индуктивности M в выражениях (11.1) и (11.2) одинаковы и не могут превышать среднего геометрического из значений L_1 и L_2 :

$$M = k\sqrt{L_1L_2} .$$

Здесь k – коэффициент связи, характеризующий магнитную связь между катушками. Его величина равна отношению взаимной индуктивности и среднего геометрического значения индуктивностей обеих катушек:

$$k = \frac{|M|}{\sqrt{L_1L_2}}; \quad 0 \leq k \leq 1.$$

В пределе, когда магнитный поток одной катушки полностью пронизывает витки другой, $k = 1$. При отсутствии магнитной связи $k = 0$.

Знаки слагаемых в (11.1) и (11.2) зависят от взаимного направления магнитных потоков катушек. В свою очередь, направления магнитных потоков зависят как от направления токов в катушках, так и от их взаимного расположения. Если катушки включены таким образом, что потоки складываются, то такое включение называют *согласным*. Если магнитные потоки направлены навстречу друг другу, то катушки включены *встречно*.

При согласном направлении токов в двух индуктивно связанных катушках зажимы этих катушек, относительно которых токи направлены одинаково, называют *одноименными*. Одноименные зажимы принято обозначать точками или звездочками.

Определим напряжения на зажимах индуктивно связанных катушек. Дифференцируя (11.1) и (11.2), получим:

$$u_1 = \frac{d\Psi_1}{dt} = L_1 \frac{di_1}{dt} \pm M \frac{di_2}{dt} \quad (11.3a)$$

$$u_2 = \frac{d\Psi_2}{dt} = \pm M \frac{di_1}{dt} + L_2 \frac{di_2}{dt} . \quad (11.3б)$$

Как известно, основной формой расчета цепей синусоидального тока является метод комплексных амплитуд. Рассмотрим применение этого метода для расчета индуктивно связанных цепей. Пусть цепь на рис. 11.1 находится в режиме гармонических колебаний. Запишем уравнения (11.3a), (11.3б) в комплексной форме:

$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 \pm j\omega M \dot{I}_2 , \quad (11.4a)$$

$$\dot{U}_2 = \pm j\omega M \dot{I}_1 + j\omega L_2 \dot{I}_2 . \quad (11.4б)$$

Уравнениям (11.4а), (11.4б) соответствует эквивалентная схема с источниками напряжения, управляемыми током (рис. 11.2).

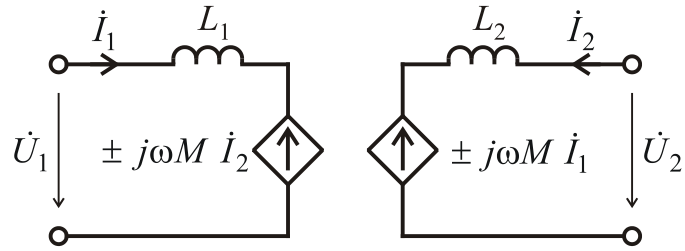


Рис. 11.2

Такая схема замещения может использоваться и для моделирования нескольких индуктивно связанных катушек. В этом случае каждая ветвь содержит несколько ИНУТ.

Рассмотрим две индуктивно связанных катушки, имеющие общий узел (рис. 11.3, а). Напряжения и токи этой цепи удовлетворяют системе уравнений (при согласном включении катушек):

$$\dot{U}_1 = j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2;$$

$$\dot{U}_2 = j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1.$$

Перепишем эти уравнения в другой форме:

$$\dot{U}_1 = j\omega(L_1 - M)\dot{I}_1 + j\omega M(\dot{I}_1 + \dot{I}_2);$$

$$\dot{U}_2 = j\omega(L_2 - M)\dot{I}_2 + j\omega M(\dot{I}_1 + \dot{I}_2).$$

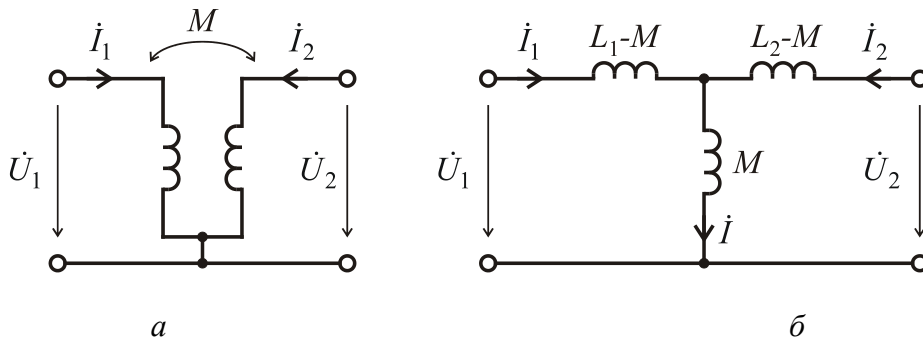


Рис. 11.3

Этой системе уравнений соответствует эквивалентная схема без индуктивных связей, показанная на рис. 11.3, б. Ее часто называют Т-образной схемой замещения индуктивно связанных катушек.

2. Уравнения и схема замещения трансформатора

Трансформатор – устройство, которое служит для передачи энергии из одной цепи в другую посредством электромагнитной индукции. Как правило, он применяется для преобразования величин переменных напряжений и токов или для согласования сопротивлений отдельных участков цепи. Простейший трансформатор состоит из двух индуктивно связанных катушек с индуктивностями L_1 и L_2 , расположенных на общем сердечнике. Катушку, к которой подключается источник, называют *первичной*, а катушку, к которой подключается нагрузка, – *вторичной*. Сердечники трансформаторов, используемых в устройствах связи, автоматики или измерительной техники, часто выполняют из неферромагнитного материала.

Принцип действия трансформатора основан на законе электромагнитной индукции. При подключении первичной обмотки к напряжению u_1 в ней возникает ток i_1 , создающий в сердечнике переменный магнитный поток. В результате в обмотках трансформатора индуцируются ЭДС: в первичной обмотке – ЭДС самоиндукции, а во вторичной – ЭДС взаимной индукции, которая вызывает в нагрузке ток i_2 .

Если число витков первичной обмотки w_1 меньше числа витков вторичной обмотки w_2 , трансформатор является *повышающим*. Если $w_2 > w_1$, трансформатор является *понижающим*.

На рис. 11.4 изображена схема двухобмоточного трансформатора. Резисторы R_1 и R_2 учитывают потери в первичной и вторичной катушках, \underline{Z}_H – комплексное сопротивление нагрузки.

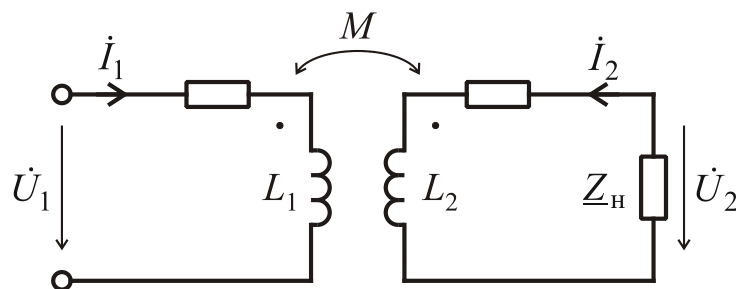


Рис. 11.4

Для выбранных направлений напряжений и токов уравнения трансформатора имеют вид

$$\dot{U}_1 = R_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2;$$

$$\dot{U}_2 = R_2 \dot{I}_2 + j\omega L_2 \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1.$$

Перепишем эти уравнения в следующем виде:

$$\dot{U}_1 = R_1 \dot{I}_1 + j\omega(L_1 - M) \dot{I}_1 + j\omega M(\dot{I}_1 + \dot{I}_2),$$

$$\dot{U}_2 = R_2 \dot{I}_2 + j\omega(L_2 - M) \dot{I}_2 + j\omega M(\dot{I}_1 + \dot{I}_2).$$

Последним уравнениям соответствует двухконтурная схема без индуктивных связей, показанная на рис. 11.5.

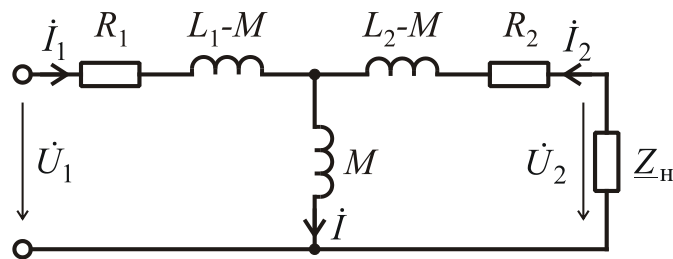


Рис. 11.5

Схема на рис. 11.5 является схемой замещения трансформатора без ферромагнитного сердечника. Поперечную ветвь называют ветвью намагничивания, а ток \dot{I} – током намагничивания.

Определим входное сопротивление трансформатора, нагруженного на комплексное сопротивление \underline{Z}_H . Для схемы трансформатора на рис. 11.4 справедливы уравнения:

$$\dot{U}_1 = R_1 \dot{I}_1 + j\omega L_1 \dot{I}_1 + j\omega M \dot{I}_2;$$

$$0 = (\underline{Z}_H + R_2 + j\omega L_2) \dot{I}_2 + j\omega M \dot{I}_1.$$

Ток вторичной обмотки

$$\dot{I}_2 = -\frac{j\omega M}{\underline{Z}_H + R_2 + j\omega L_2} \dot{I}_1.$$

Следовательно, входное напряжение

$$\dot{U}_1 = (R_1 + j\omega L_1)\dot{I}_1 + j\omega M\dot{I}_2 = \left(R_1 + j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{\underline{Z}_H + R_2 + j\omega L_2} \right) \dot{I}_1. \quad (11.5)$$

Входное сопротивление трансформатора

$$\underline{Z}_{\text{вх}} = \frac{\dot{U}_1}{\dot{I}_1} = R_1 + j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{\underline{Z}_H + R_2 + j\omega L_2}.$$

Величину

$$\underline{Z}_{\text{вн}} = \frac{(\omega M)^2}{\underline{Z}_H + R_2 + j\omega L_2}$$

называют *вносимым сопротивлением*. Она представляет собой комплексное сопротивление, вносимое из вторичной цепи в первичную.

Уравнению (11.5) соответствует одноконтурная схема замещения, показанная на рис. 11.6.

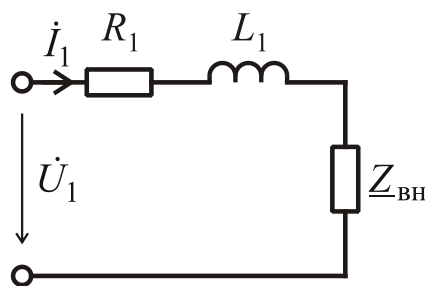


Рис. 11.6

В режиме холостого хода, когда вторичная обмотка разомкнута, ток первичной обмотки

$$I_{1\text{хх}} = \frac{\dot{U}_1}{R_1 + j\omega L_1}.$$

Увеличение активной составляющей входного сопротивления при замыкании вторичного контура объясняется увеличением активной мощности, потребляемой трансформатором.

3. Заключение

1. Если катушки включены так, что их магнитные потоки складываются, то такое включение называют согласным. Если магнитные потоки направлены навстречу друг другу, то катушки включены встречно.
2. При согласном направлении токов в двух индуктивно связанных катушках зажимы этих катушек, относительно которых токи направлены одинаково, называют одноименными. Одноименные зажимы принято обозначать точками или звездочками.
3. Трансформатором называют устройство, которое служит для передачи энергии из одной цепи в другую посредством электромагнитной индукции. Трансформаторы используют для преобразования величин переменных напряжений и токов или для согласования сопротивлений отдельных участков цепи. Простейший трансформатор состоит из двух индуктивно связанных катушек, расположенных на общем сердечнике.